ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM

VŨ THỊ KHUYÊN

KHÔNG ĐIỂM CỦA CÁC ĐA THỨC XẤP XỈ TỐT NHẤT

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

Thái Nguyên - Năm 2017

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM

VŨ THỊ KHUYÊN

KHÔNG ĐIỂM CỦA CÁC ĐA THỨC XẤP XỈ TỐT NHẤT

Chuyên ngành: GIẢI TÍCH
Mã số: 60.46.01.02

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

Người hướng dẫn khoa học
GS.TSKH. NGUYỄN QUANG DIỆU

Thái Nguyên - Năm 2017

Lời cam đoan

Tôi xin cam đoan rằng nội dung trình bày trong luận văn này là trung thực và không trùng lặp với đề tài khác. Tôi cũng xin cam đoan rằng mọi sự giúp đỡ cho việc thực hiện luận văn này đã được cảm ơn và các thông tin trích dẫn trong luận văn đã được chỉ rõ nguồn gốc.

Lời cảm ơn

Tôi xin bày tỏ lòng biết ơn tới GS.TSKH. Nguyễn Quang Diệu, người đã định hướng chọn đề tài và tận tình hướng dẫn cho tôi những nhận xét quý báu để tôi có thể hoàn thành luận văn.

Tôi cũng xin bày tỏ lòng biết ơn chân thành tới phòng Sau Đại học, các thầy cô giáo dạy cao học chuyên ngành Toán giải tích trường Đại học sư phạm - Đại học Thái Nguyên đã giúp đỡ và tạo điều kiện cho tôi trong suốt quá trình học tập và nghiên cứu khoa học.

Nhân dịp này tôi cũng xin gửi lời cảm ơn chân thành tới gia đình, bạn bè đã luôn động viên, cổ vũ, tạo mọi điều kiện thuận lợi cho tôi trong suốt quá trình học tập.

Mục lục

Mở đầu

Lý thuyết đa thế vị được xem như là một trong những thành tựu sâu sắc của Toán học trong vòng 30 năm trở lại đây. Sự phát triển mạnh mẽ của lý thuyết này cùng với việc tìm thấy những ứng dụng vào các lĩnh vực khác nhau của Toán học như: giải tích phức nhiều biến, giải tích Hyperbolic, hình học vi phân phức,....

Với mục tiêu tìm hiểu ứng dụng của lý thuyết đa thế vị vào một bài toán truyền thống của giải tích là lý thuyết xấp xỉ. Hàm chỉnh hình về địa phương có thể viết thành một chuỗi lũy thừa. Do đó ta có thể xấp xỉ một cách địa phương một hàm chỉnh hình bởi các đa thức. Tuy nhiên, vấn đề là không tầm thường nếu ta muốn xấp xỉ một hàm chỉnh hình bởi các đoạn đa thức trên các tập compact của một miền đã cho. Trong một số trường hợp đặc biệt thì xấp xỉ là xảy ra, chẳng hạn hàm chỉnh hình trên một lân cận các tập liên thông đa thức. Vấn đề mà người ta quan tâm là liệu các tính chất của dãy đa thức xấp xỉ có được bảo tồn qua phép xấp xỉ đều hay không? Đó là lí do chúng tôi chọn đề tài: "Không điểm của các đa thức xấp xỉ tốt nhất".

Cho E là tập compact trong $\mathbb{C}^N$ và f là hàm liên tục trên E, chỉnh hình trên phần trong của E. Ta quan tâm tới mô tả không điểm của dãy $\{f_n\}$

đa thức xấp xỉ đều tốt nhất với f.

Hiển nhiên khi $E \subset \mathbb{C}$ và f không triệt tiêu trên E thì $\{f_n\}$ cũng không triệt tiêu trên E. Vậy ta chỉ quan tâm tới trường hợp f có không điểm trên E.

Luận văn trình bày lại một số kết quả của Bloom và Szczepanski theo hướng nghiên cứu này.

Về cấu trúc luận văn, ngoài phần mở đầu, kết luận và danh mục tài liệu tham khảo, luận văn gồm hai chương:

Chương 1 trình bày tổng quát một số kiến thức cơ sở và kết quả bổ trợ để trình bày các kết quả cho chương 2.

Chương 2 trình bày về không điểm của các đa thức xấp xỉ tốt nhất. Trong chương này, em sẽ nghiên cứu vấn đề cơ bản là Định lý 2.2.5. Định lý nói rằng mỗi không điểm của hàm f (hàm cần xấp xỉ) thực tế là giới hạn của dãy các không điểm của đa thức xấp xỉ tốt nhất. Chứng minh kết quả này đòi hỏi những kiến thức về lý thuyết đa thế vị đã được trình bày ở chương 1.

Luận văn được hoàn thành tại trường Đại học Sư phạm-Đại học Thái Nguyên dưới sự hướng dẫn khoa học của GS.TSKH. Nguyễn Quang Diệu. Em xin được bày tỏ lòng biết ơn trân thành và sâu sắc nhất tới thầy giáo hướng dẫn, trường Đại học Sư phạm- Đại học Thái Nguyên đã tạo mọi điều kiện thuận lợi để em hoàn thành được khoa học của mình.

Chương 1

Kiến thức chuẩn bị

1.1 Hàm chỉnh hình một biến

Cho hàm số f xác định trên miền $\Omega \subset \mathbb{C}$. Xét giới hạn

$$\lim_{\Delta z \to 0} \frac{f(z + \Delta z) - f(z)}{\Delta z}, z, z + \Delta z \in \Omega.$$

Nếu tại điểm z giới hạn này tồn tại thì nó được gọi là *đạo hàm phức của f tại z*, ký hiệu là $f'(z)$ hay $\dfrac{df}{dz}(z)$.

Như vậy

$$f'(z) = \lim_{\Delta z \to 0} \frac{f(z + \Delta z) - f(z)}{\Delta z}.$$

Hàm f có đạo hàm phức tại z cũng được gọi là *khả vi phức* hay $\mathbb{C}-$ *khả vi tại z*.

Bởi vì

$$\lim_{\Delta z \to 0} [f(z + \Delta z) - f(z)] = \lim_{\Delta z \to 0} \frac{f(z + \Delta z) - f(z)}{\Delta z} \Delta z = 0$$

nên nếu f $\mathbb{C}-$ khả vi tại z thì

$$\lim_{\Delta z \to 0} [f(z + \Delta z) - f(z)] = 0.$$

Nói cách khác f liên tục tại z.

Cũng như đối với hàm biến thực, bởi quy nạp ta viết

$$f^{(k)} = (f^{(k-1)})'$$

nếu vế phải tồn tại và gọi là *đạo hàm phức cấp k* của f trên Ω.

1.2 Hàm chỉnh hình nhiều biến

Định nghĩa 1.2.1. ([2]) Hàm $l : \mathbb{C}^n \to \mathbb{C}$ gọi là $\mathbb{R}-$ tuyến tính (tương ứng $\mathbb{C}-$ tuyến tính) nếu

a) $l(z' + z'') = l(z') + l(z''), \quad \forall z', z'' \in \mathbb{C}^n$.

b) $l(\lambda z) = \lambda l(z), \quad \forall \lambda \in \mathbb{R}, z \in \mathbb{C}^n$ (tương ứng $\forall \lambda \in \mathbb{C}$).

Hiển nhiên hàm $l : \mathbb{C}^n \to \mathbb{C}$ $\mathbb{R}-$ tuyến tính là $\mathbb{C}-$ tuyến tính nếu

$$l(iz) = il(z), \quad \forall z \in \mathbb{C}^n.$$

Trong trường hợp $l(\lambda z) = \overline{\lambda}(z)$ ta nói l là $\mathbb{C}-$ phản tuyến tính.

Ví dụ 1.2.2. ([2]) *Hiển nhiên các hàm tọa độ*

$$z \to z_j \;\; và \;\; z \to \overline{z}_j$$

là $\mathbb{C}-$ tuyến tính và $\mathbb{C}-$ phản tuyến tính.

Mọi $\mathbb{R}-$ tuyến tính $l : \mathbb{C}^n \to \mathbb{C}$ viết duy nhất dưới dạng

$$l(z) = l'(z) + l''(z)$$

với

$$l'(z) = \frac{l(z) - il(iz)}{2} \;\; còn \;\; l''(z) = \frac{l(z) + il(iz)}{2}$$

là $\mathbb{C}-$ tuyến tính và $\mathbb{C}-$ phản tuyến tính.

Bởi vì

$$2l'(z) = \sum_{j=1}^{n} a_j z_j \;\; và \;\; 2l''(z) = \sum_{j=1}^{n} b_j \overline{z}_j.$$